

**Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
25.03.2018.**

VI разред

1. Милош је написао 100 бројева. Први од тих бројева је 2, други 3, а сваки је, осим првог и последњег, једнак збиру њему претходног броја и броја који следи иза њега. Израчунај збир бројева које је Милош написао.
2. Сабирају се узастопни природни бројеви дељиви са 3 ($3 + 6 + 9 + 12 + \dots$). Колико таквих бројева треба сабрати да би збир био 100 пута већи од највећег сабирка?
3. Конструирај једнакокраки троугао чији је угао при врху 105° , а висина која одговара краку је 4cm.
4. На хипотенузи AB правоуглог троугла ABC одређена је тачка M тако да је $BM = BC$, а на катети CA тачка N тако да је $CN = CP$, где је P подножје висине троугла из темена C . Одреди меру угла CNM .
5. На колико начина се број 2018 може представити као производ тачно три различита цела броја? Редослед чинилаца није битан.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VI РАЗРЕД

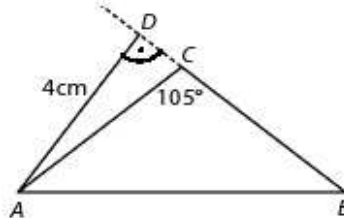
Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 52/4) На другом месту је 3, а по услову задатка $3 = 2 + x$, где је x непознати број на трећем месту. Следи да је $x = 1$. Дакле, ти бројеви су 2, 3, 1, ... На четвртном месту, рачунајући на наведени начин, добијамо -2 , па -3 , па -1 , 2, 3, ... [6 бодова]. Дакле, бројеви које је Милош писао су 2, 3, 1, -2 , -3 , -1 , 2, 3, 1, ... Првих шест бројева се понавља и њихов збир је 0 [7 бодова]. Милош је написао 16 пута тих 6 бројева и још четири прва броја 2, 3, 1, -2 . Дакле, збир је $16 \cdot 0 + 2 + 3 + 1 - 2 = 4$ [7 бодова].

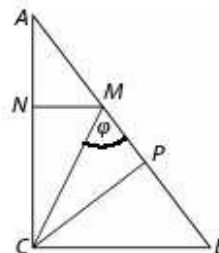
2. Означимо највећи сабирак са X . Тада је $3 + 6 + \dots + X = 100X$. Како $3|X$, то је $X = 3n$, $n \in \mathbb{N}$. Даље је $3 + 6 + \dots + 3n = 100 \cdot 3n$ [5 бодова]. Како је $3 + 6 + \dots + 3n = 3 \cdot \frac{n(n+1)}{2}$, то је $3 \cdot \frac{n(n+1)}{2} = 300n$ [10 бодова]. Решење једначине у скупу \mathbb{N} је $n = 199$, па закључујемо да је потребно сабрати 199 бројева [5 бодова].

3. Углови на основици троугла ABC су по $37^\circ 30'$ (половине угла од 75°) и знамо да се теме C налази на симетрали странице AB . Како је троугао тупоугли, висина која одговара краку је ван троугла. За троугао ABD знамо да је правоугли, једна катета је 4cm, и унутрашњи углови су 90° , $37^\circ 30'$ и $52^\circ 30'$ [7 бодова]. Троугао ABC можемо конструисати на следећи начин:

- најпре конструисамо троугао ABD (позната катета и два угла на њој) [7 бодова];
- треће теме C добијамо у пресеку симетрале странице AB и странице BD троугла ABD [6 бодова].



4. Како је $BM = BC$, то је $\angle BMC = \angle BCM = \varphi$, $\angle MCA = 90^\circ - \varphi$ [5 бодова]. Из троугла CPM добија се $\angle PCM = 90^\circ - \varphi$ [5 бодова]. Дакле, $\triangle MCN \cong \triangle MCP$ ($MC = MC$, $CP = CN$, $\angle PCM = \angle MCN = 90^\circ - \varphi$), па је и $\angle CNM = \angle CPM = 90^\circ$ [10 бодова]. Не признавати одговор 90° без образложења].



5. Како је $2018 = 1 \cdot (-1) \cdot (-2018) = 1 \cdot 2 \cdot 1009 = (-1) \cdot (-2) \cdot 1009 = (-1) \cdot 2 \cdot (-1009) = 1 \cdot (-2) \cdot (-1009)$, то се број 2018 може представити на 5 наведених начина [свако тачно представљање по 4 бода, свако нетачно -2 бода, с тим да укупан збир не буде негативан].